UNIVERSITÉ MOHAMED I

FACULTÉ DES SCIENCES
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
ET INFORMATIQUE
OUJDA

Année Universitaire 2007/08
Section: SMP-SMC (S_1)
Session de Janvier
Durée: 1H 30

Examen d'algèbre(Math1)

EXERCICE I.

1. Calculer $\left| \dfrac{(1+i)^{13}}{(\sqrt{3}+i)^7} \right|$.
2. Identifier le lieu des points du plan de Gauss satisfaisant
$$1 < \mid z+2i \mid < 2.$$
3. De quel angle faut-il tourner le vecteur associé au nombre complexe $z_1 = \sqrt{3}+i$ pour obtenir le vecteur associé au nombre complexe $z_2 = \sqrt{2}+\sqrt{2}\ i$.
4. En utilisant les formules d'Euler, écrire $cos2xcos^2x$ sous la formes $\sum(A_k coskx + B_k sinkx)$.

EXERCICE II. Soit le groupe $G = \{-1, 1\} \times \{-1, 1\}$ muni de la loi de composition
$$(x_1, y_1) * (x_2, y_2) = (x_1x_2, y_1y_2).$$

1. Donner l'élément neutre de G.
2. Donner la table d'opération de G.

EXERCICE III.

1. Donner la division euclidienne de $X^4 + X^2 + 1$ par $X^2 + X + 1$.
2. Donner deux polynômes U et V tels que
$$U(X^2 + X + 1) + V(X^2 - X + 1) = 1.$$
3. Déduire la décomposition en éléments simples dans $\mathbb{R}(X)$ de la fraction rationnelle
$$G = \frac{2X}{(X^2 + X + 1)(X^2 - X + 1)}.$$
4. Donner la décomposition en éléments simples de G dans $\mathbb{C}(X)$.

EXERCICE IV.

1. Montrer que les vecteurs $U = (1, 0, 0)$, $V = (0, 2, 0)$ et $W = (0, 0, 3)$ forment une base de $\mathbb{R}^3$.
2. Pour quelle condition un élément (x, y, z) de $\mathbb{R}^3$ est dans $vect\{V,\ W\}$?

Fin